

Einführung in die Informatik I
Schnittstellen,
Klassen und Algebren

Prof. Bernd Brügge, Ph.D
Technische Universität München

Wintersemester 2000/2001
31. Oktober 2000

Überblick über die heutige Vorlesung

- ❖ Rest vom 24. Oktober
- ❖ Kummerkasten
 - Skript,
 - Wie nehme ich Notizen während der Vorlesung auf?
- ❖ Klasse
 - Attribute, Operationen
- ❖ Definition Rechenstruktur
- ❖ Instanz einer Klasse (Objekt vs. Klasse)
- ❖ Definition Instanzendiagramm, Klassendiagramm
 - Ein System ist eine Menge von kooperierenden Klassen oder Objekten
- ❖ Die Vererbungs-Beziehung
 - Beispiele von Vererbungen
- ❖ Kombination von Aggregation und Vererbung
- ❖ Entwurfsmuster: Kompositionsmuster

Überblick über die Dienstagsvolesung

- ❖ Signatur
- ❖ Signaturgraph
- ❖ 3 Beispiele:
 - Keller, Sequenz, Studentenverwaltungssystem
- ❖ Abstrakte Algebra und Konkrete Algebra
- ❖ Terme
- ❖ Programmierschnittstelle (API)
- ❖ Vorbereitung:
 - Goos, Band 1, Kapitel über Algebren und Termalgebren
 - Broy. Band 1, Kapitel über Rechenstrukturen

Unser Grundmodell der Modellierung

- ❖ Ein System besteht aus Subsystemen, die wieder aus Subsystemen bestehen, und diese dann letztendlich aus Gegenständen.
 - Diese Gegenstände bezeichnen wir auch als Objekte.
- ❖ Alle zu verarbeitende Information in einem System ist auf diese Objekte verteilt.
 - Die Verarbeitung von Information geschieht entweder innerhalb der Objekte oder durch Kommunikation von Nachrichten zwischen zwei Objekten.

Objekt

- ❖ **Definition Objekt:** Ein Objekt ist ein elementares Teilsystem. Es repräsentiert einen beliebigen Gegenstand in einem System.
- ❖ Ein Objekt ist durch seinen Zustand und seine Funktionalität gegeben.
- ❖ Zustand und Funktionalität setzen sich im Allgemeinen aus Teilzuständen und einzelnen Operationen zusammen.
 - Wir nennen die Teilzustände auch Attribute
 - Wir nennen die einzelnen Operationen Methoden des Objektes
- ❖ Wir nennen die Operationen eines Objektes, die von anderen Objekten aufgerufen werden können, die Schnittstelle des Objektes

Attribute

Johannes Schmidt

Name: „Johannes Schmidt“

Matrikel Nummer: 222345

Studiengang: Diplom

Semester: 10

WasIstDeinName?

WasIstDeineMatrikelNummer?

WelcherStudiengang?

Welches Semester?

Viola Berger

Name: „Viola Berger“

Matrikel Nummer: 34221

Studiengang: Bachelor

Semester: 4

WasIstDeinName?

WasIstDeineMatrikelNummer?

WelcherStudiengang?

Welches Semester?

Operationen

Attribute, Operationen, Merkmale

- ❖ Ein Objekt besitzt Attribute und Operationen
 - **Definition Attribut:** Messbare, durch Werte erfassbare Eigenschaften des Objektes.
 - **Definition Operation:** Die Tätigkeiten, die ein Objekt ausführen kann, um Berechnungen durchzuführen, Ereignisse auszulösen, sowie Botschaften zu übermitteln.
- ❖ **Definition Merkmal:** Die zu einem Objekt gehörigen Attribute und Operationen.
- ❖ **Definition Schnittstelle:** Die Menge der Operationen eines Objektes, die von anderen Objekten aufgerufen werden können.

Graphische Darstellung: Objekt

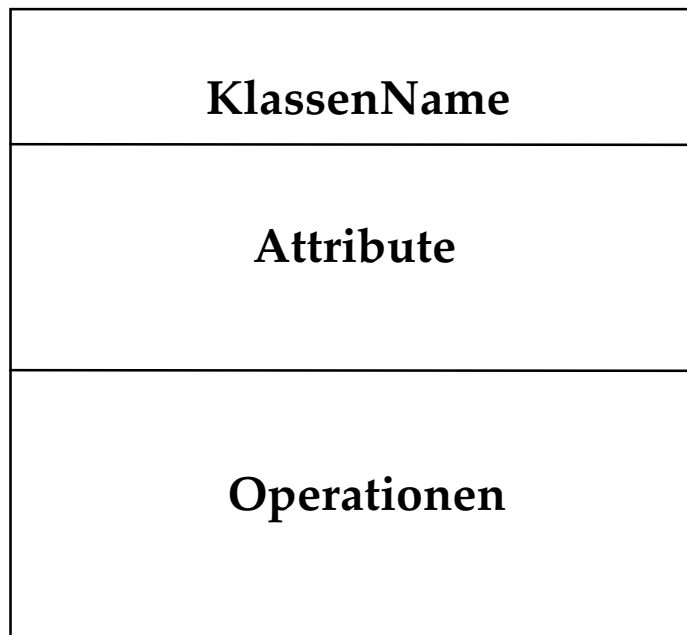
<u>ObjektName: KlassenName</u>
Attribute
Operationen

<u>Viola Berger: Student</u>
Name: „Viola Berger“ Matrikel Nummer: 232567 Studiengang: Bachelor
DruckeStudentenName() DruckeMatrikelNummer() DruckeStudiengang()

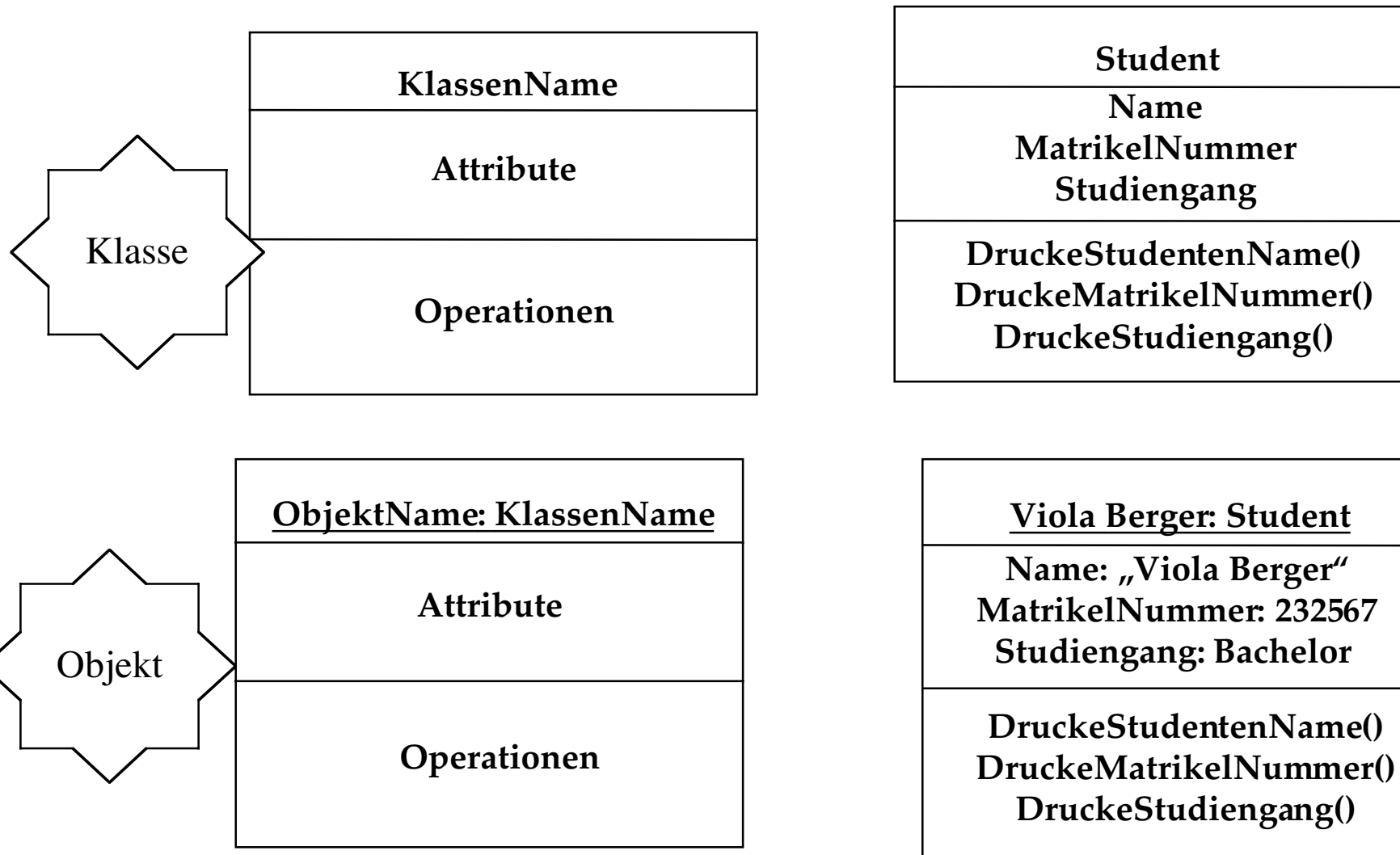
Klasse

- ❖ Jedes Objekt gehört zu einer Menge von Objekten mit gleichen Merkmalen. Wir nennen diese Menge auch Klasse.
- ❖ **Definition Klasse:**
 - Die Menge aller Objekte mit gleichen Merkmalen, d.h. mit gleichen Attributen und Operationen.
- ❖ **Definition Instanz:**
 - Ein Objekt ist eine Instanz einer Klasse K , wenn es Element der Menge aller Objekte der Klasse K ist.

Graphische Darstellung von Klassen



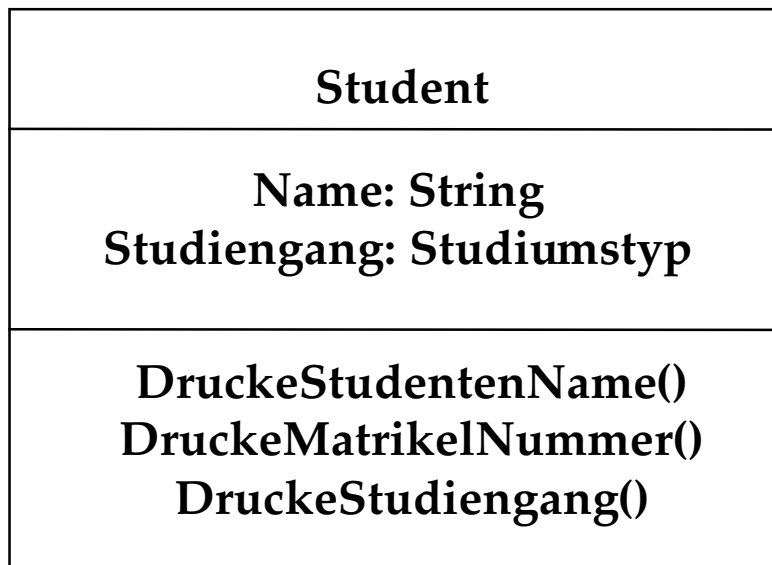
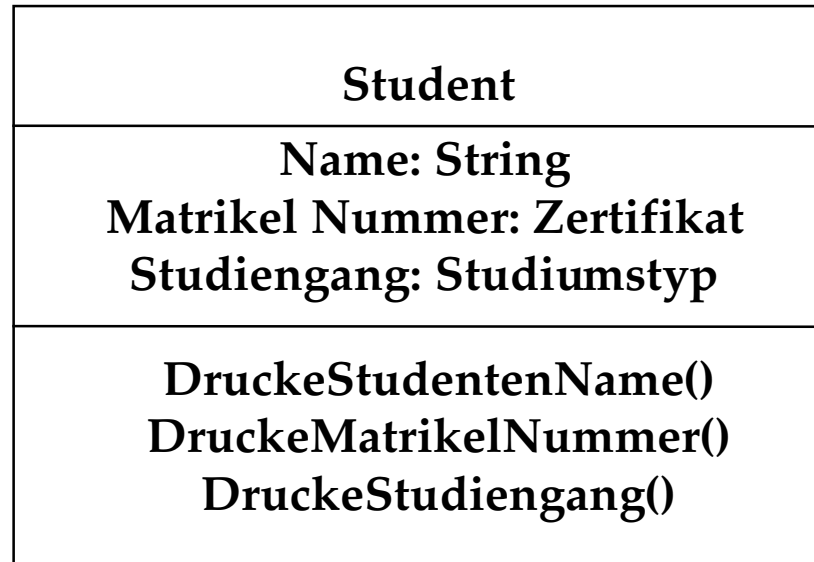
Graphische Darstellung: Objekt vs. Klasse



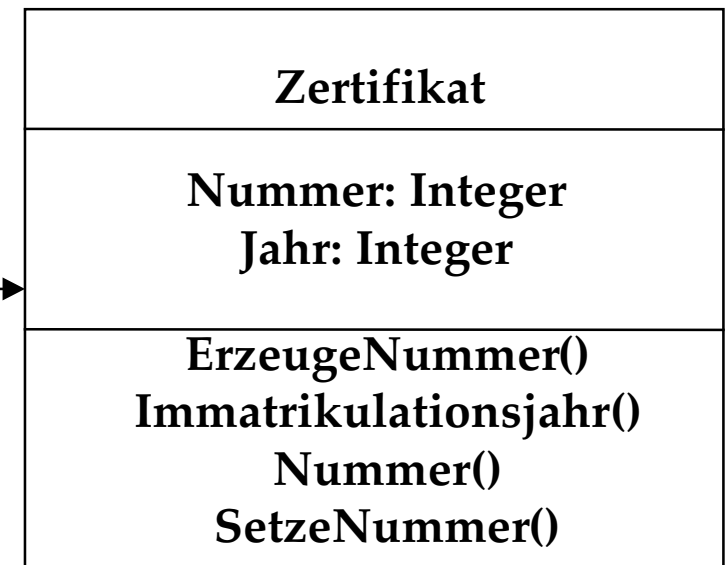
Attribute

- ❖ Ein Attribut einer Klasse wird in der Attributliste der Klasse als **Name** (während der Analyse) oder als **Name: Typ** (während des Detaillierten Entwurfs) aufgelistet. Beispiele von Typen sind
 - **String**: Die Menge aller Zeichenketten
 - **Integer**: Die Menge aller ganzen Zahlen
 - **Boolean**: Die Menge der Wahrheitswerte {Wahr, Falsch}
 - **Studiumstyp**: Die Menge der Studiengänge {Diplom, Bachelor}
- ❖ Ein Attribut kann auch als Beziehung zu einer Klasse gezeichnet werden, insbesondere wenn die Beziehung zwischen beiden Klassen klargemacht werden soll.
 - Der Name des Attributes ist dann der Name der Beziehung.

Attribut vs. Klasse



MatrikelNummer



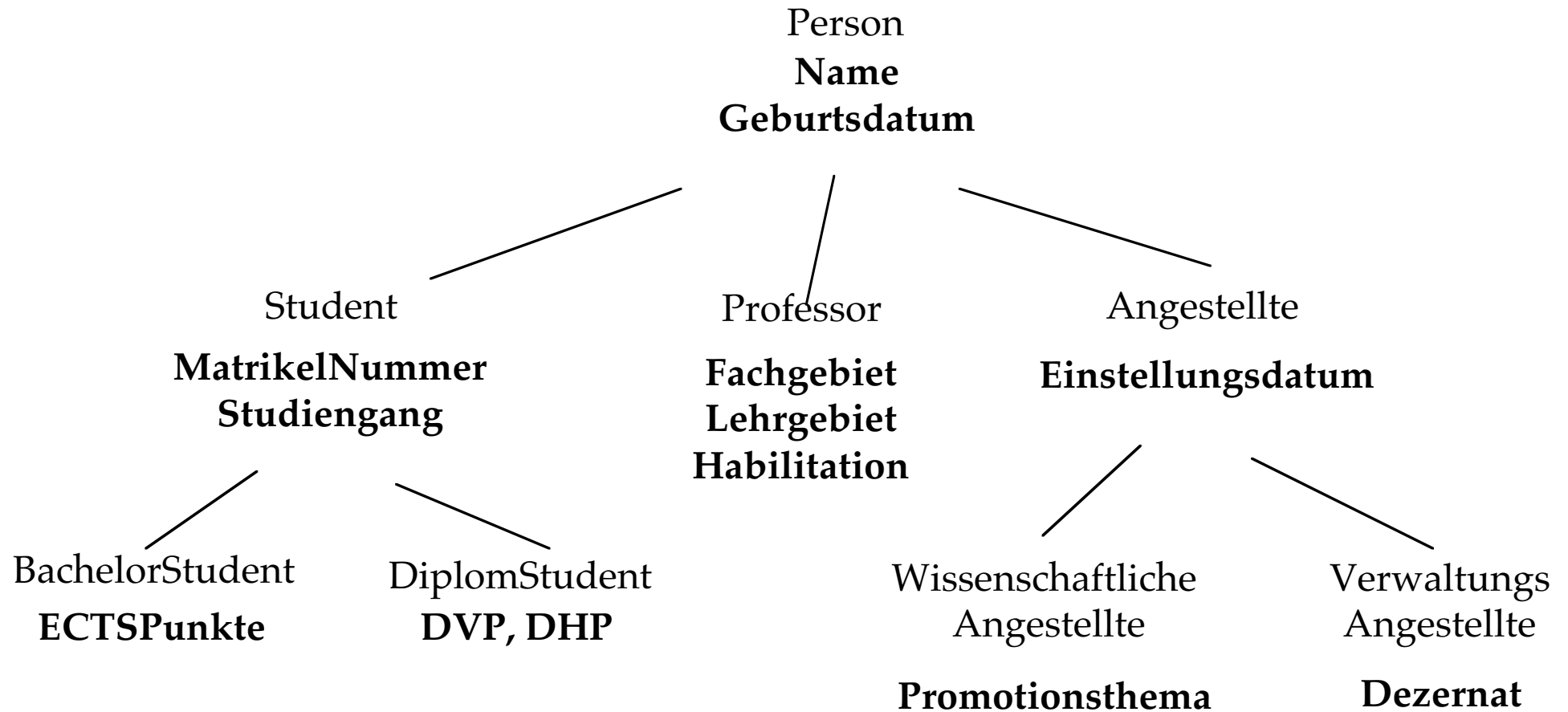
Operation

- ❖ Die Menge von Operationen, die eine Klasse oder eine Menge von Klassen (Subsystem) zur Verfügung stellt, bezeichnen wir als Schnittstelle der Klasse (des Subsystems).
- ❖ Diese Operationen arbeiten auf Attributen der Klasse und anderen Objekten, mit denen die Klasse eine Beziehung hat.

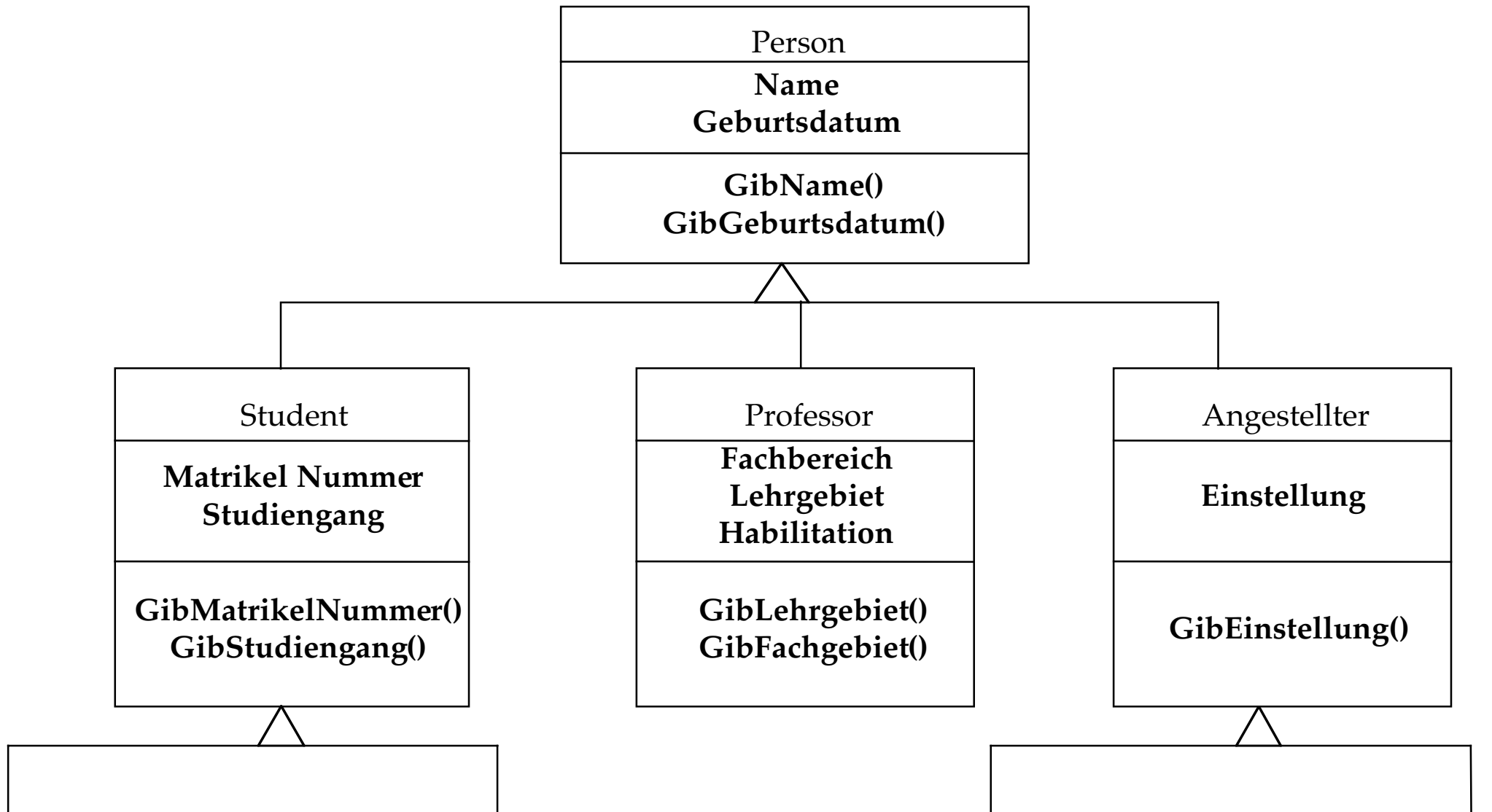
Zwei wichtige Prinzipien der Modellierung

- ❖ **Informationskapselung** (information hiding): Objekte können auf andere Objekte nur über deren Schnittstelle zugreifen.
 - Ein Objekt kann also nicht direkt auf die Attribute eines anderen Objektes zugreifen.
- ❖ **Klassifikation**: Komponenten können nach ihrer Schnittstelle klassifiziert werden.
 - Beispiel: Zwei Objekte Obj1 und Obj2 können zusammengefasst werden, wenn sie dieselbe Operation *Print()* verstehen.
- ❖ Klassifikationen kann man benutzen, um Mengen von Objekten hierarchisch zu strukturieren.
 - Beispiel: Die Personengruppen an einer Universität.

Klassifikation von Personengruppen an einer Universität



Klassifikation von Personengruppen an einer Universität

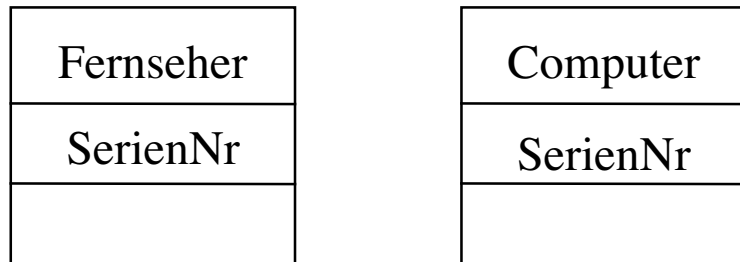


Die Vererbungsbeziehung

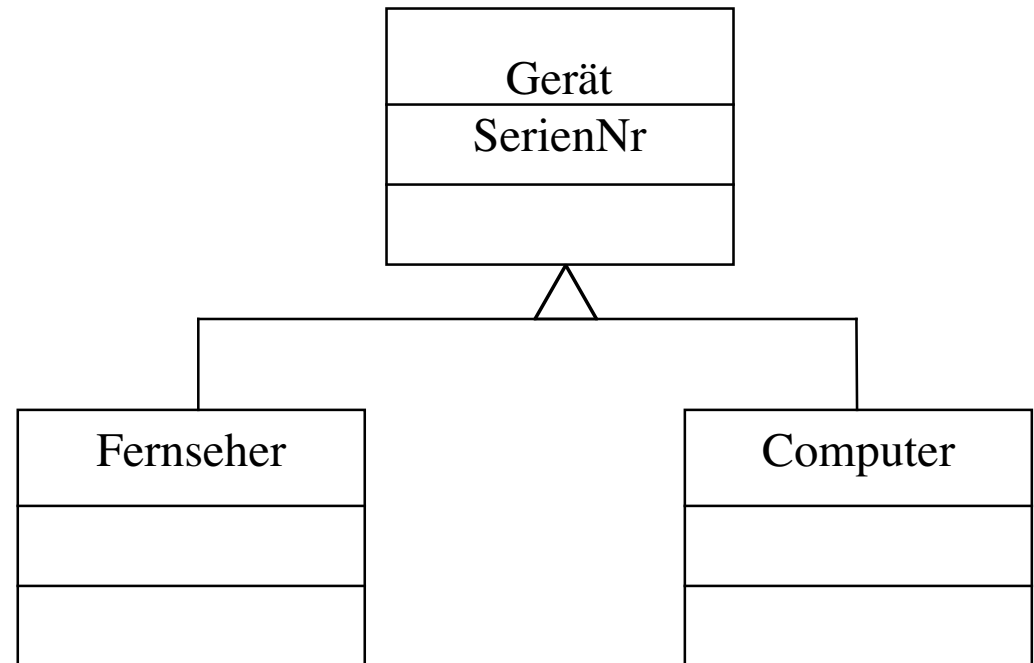
- ❖ Zwei Klassen stehen in einer **Vererbungsbeziehung** (inheritance relationship) zueinander, falls die eine Klasse, auch **Unterklasse** (Subklasse) genannt, alle Merkmale der anderen Klasse, auch **Oberklasse** genannt, besitzt, und darüber hinaus noch zusätzliche Merkmale.
- ❖ Es gilt somit für die Mengen A_S/A_O der Attribute und die Mengen O_S/O_O der Operationen der Unterklasse S und Oberklasse O:
 - $A_O \subset A_S$ und $O_O \subset O_S$
- ❖ Eine Unterklasse wird also durch Hinzufügen von Merkmalen spezialisiert.
- ❖ Umgekehrt verallgemeinert die Oberklasse die Unterklasse dadurch, dass sie spezialisierende Eigenschaften weglässt. Wir nennen das auch **Verallgemeinerungsbeziehung** (generalization relationship).

Vererbungsbeispiel

- ❖ Eine Firma stellt sowohl Fernsehgeräte als auch Computer her. Beide haben Seriennummern.



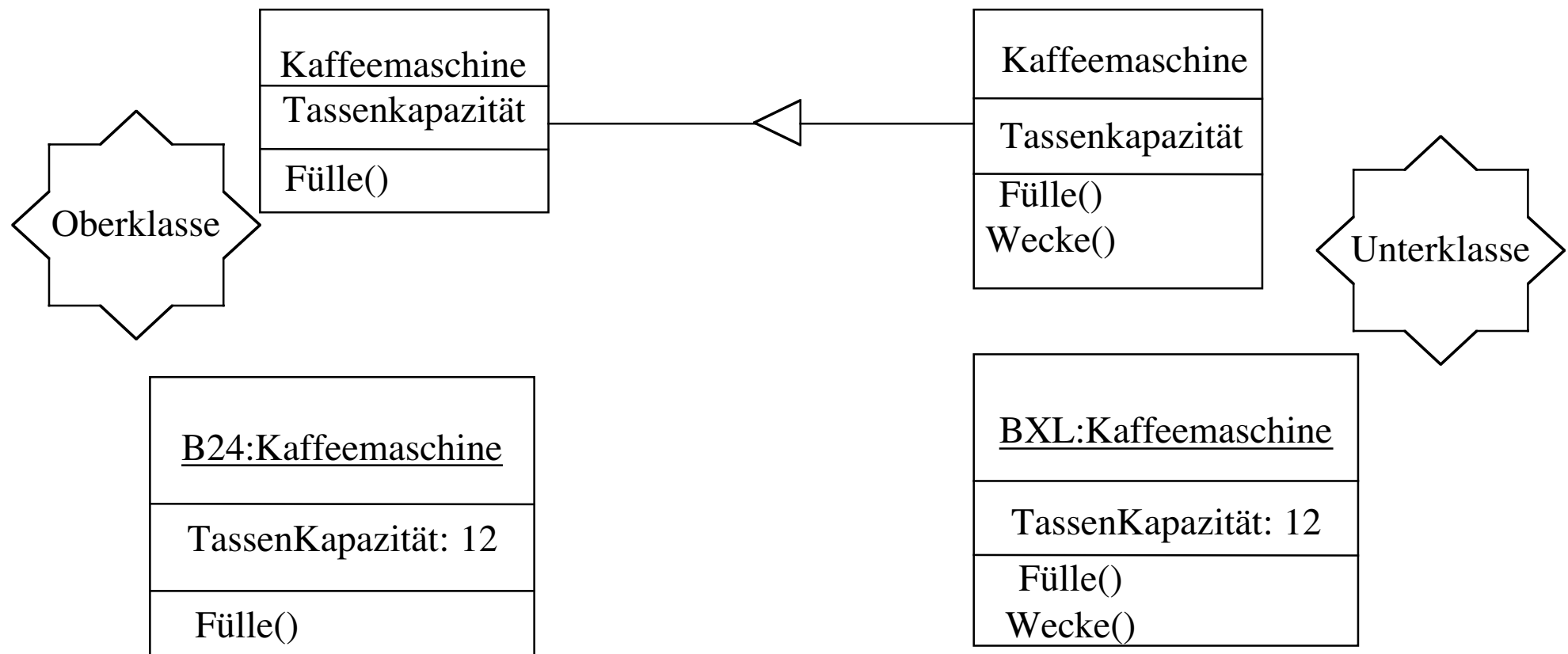
- ❖ Die Seriennummer wird in einer Oberklasse Gerät angeführt und von dort vererbt.



Noch ein Vererbungsbeispiel

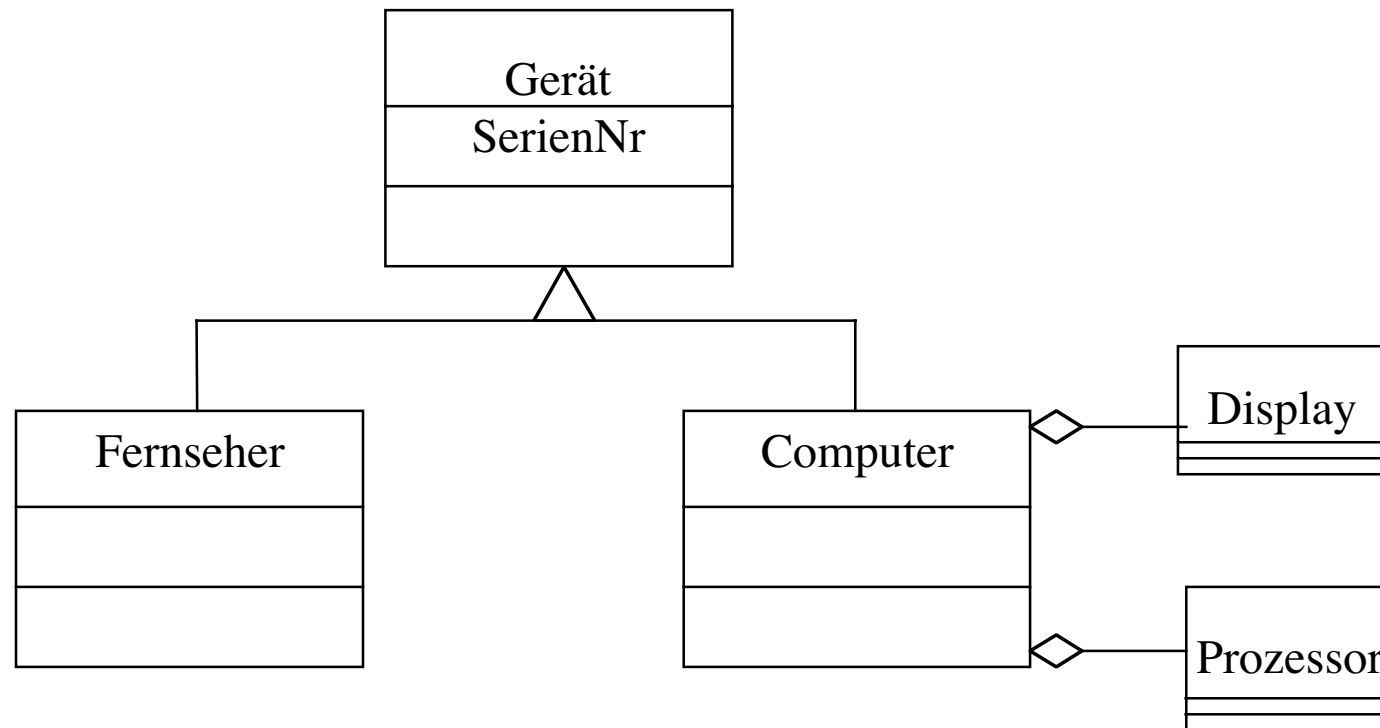
- ❖ Eine Kaffeemaschine kann bis 12 Tassen halten.

- ❖ Das Luxusmodell hat noch eine Weckfunktion



Aggregation und Vererbung lassen sich kombinieren

- ❖ In der Modellierung tritt oft der Fall auf, dass wir Gegenstände klassifizieren müssen, aber gleichzeitig auch deren Struktur erkenntlich machen wollen.

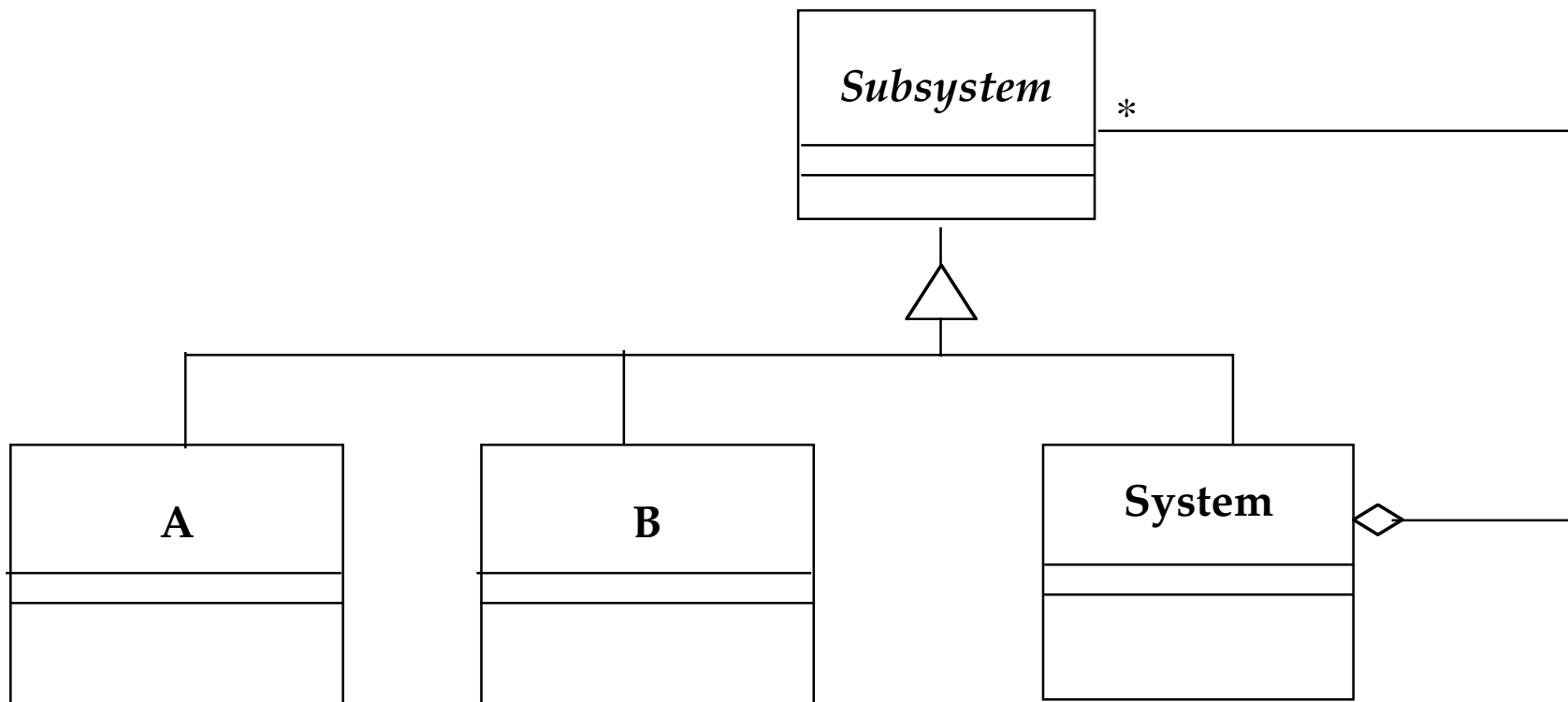


Modellierung unserer Systemdefinition

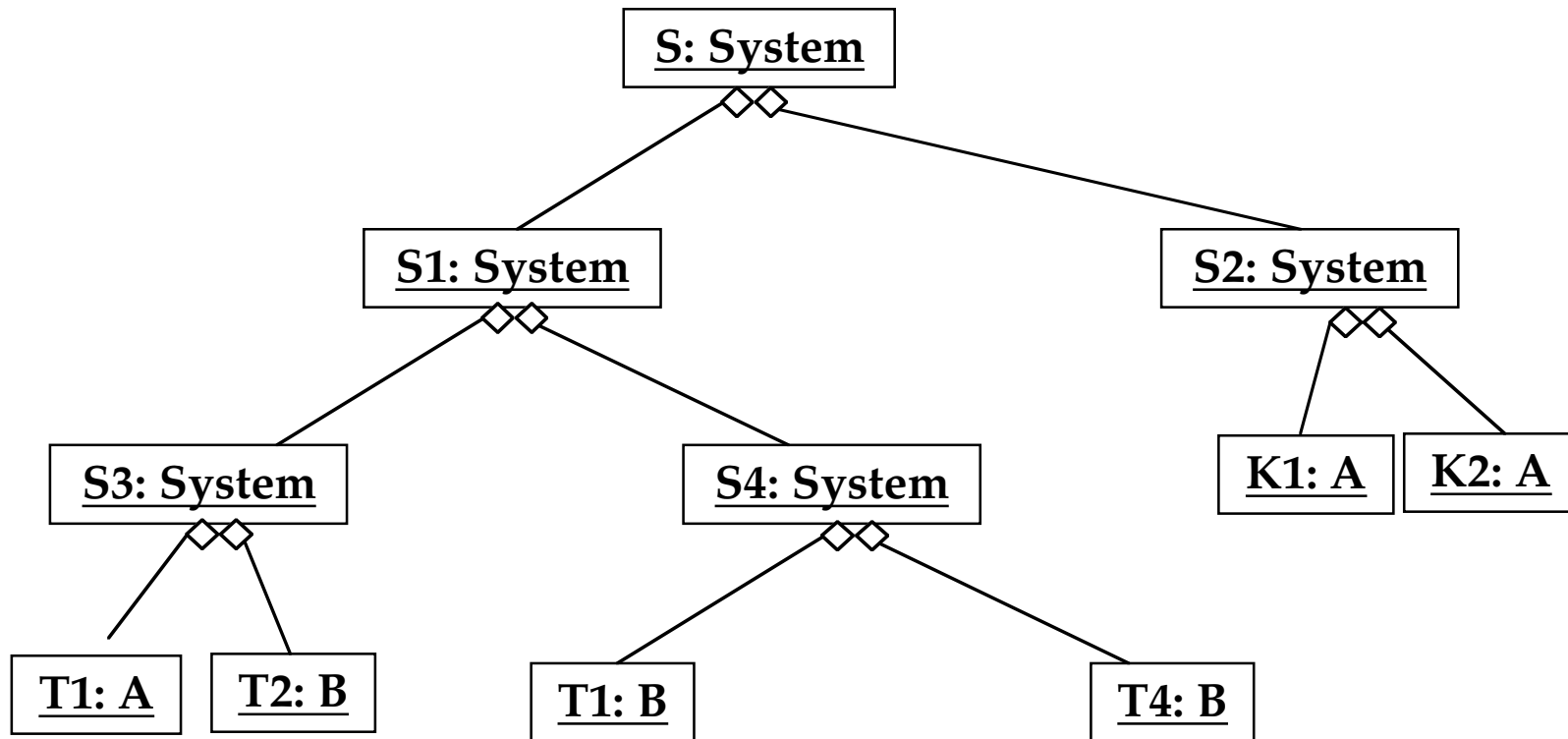
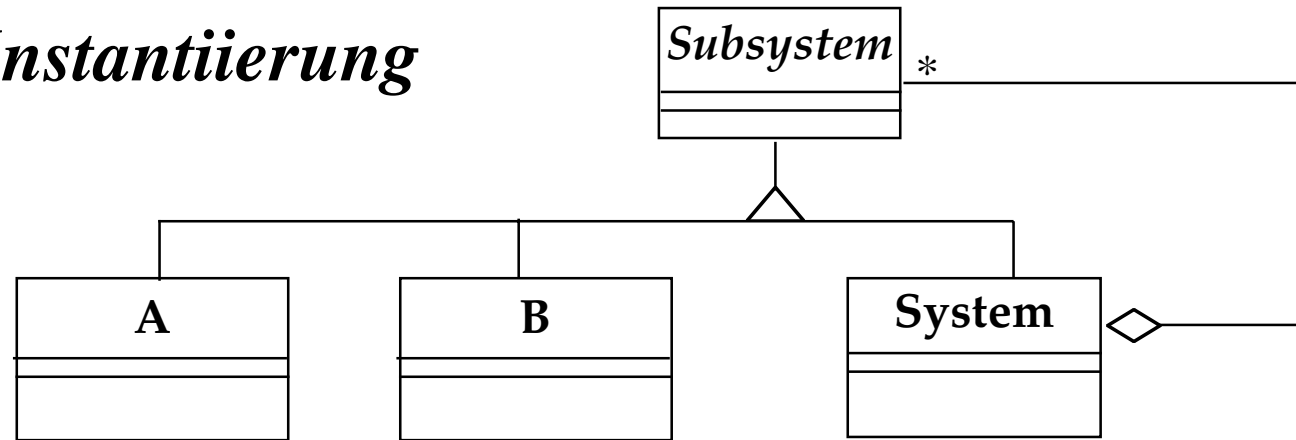
- ❖ **Definition eines Systems:** Unter einem System versteht man eine *Menge von Komponenten*, die in einem gegebenen Bezugssystem in einem Zusammenhang stehen, und die *Beziehungen zwischen diesen Komponenten*.
- ❖ Die Komponenten eines Systems können selbst wieder (Sub)Systeme sein.

Modellierung des Systembegriffs

- ❖ Beispiel: Ein System kann beliebig viele Subsysteme und 2 Arten von Komponenten A und B haben.

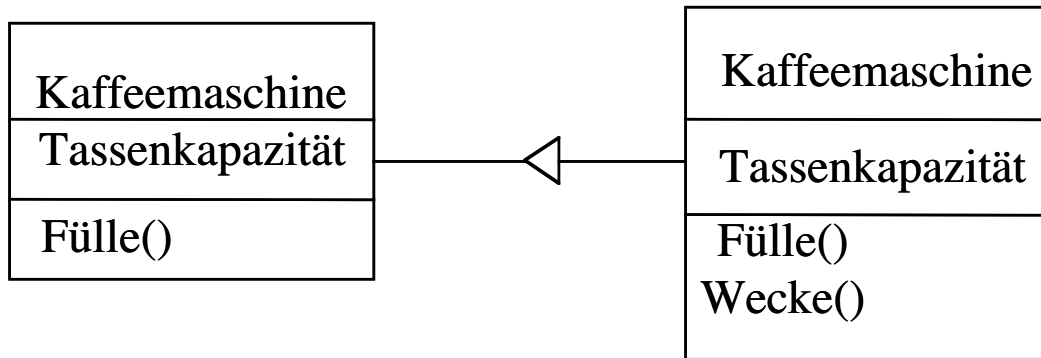


Beispiel einer Instantiierung

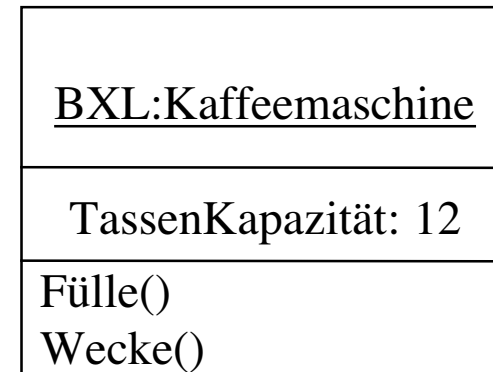


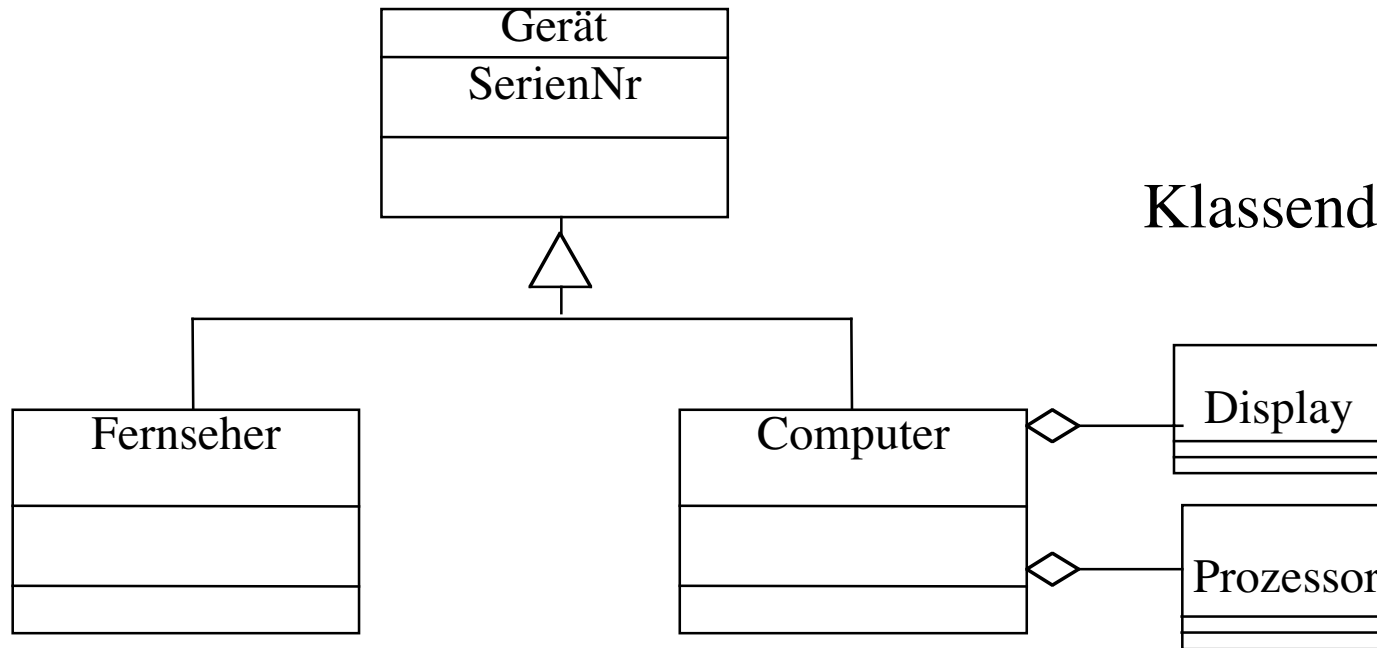
Was passiert mit der Vererbung bei Instanzdiagrammen?

Klassendiagramm

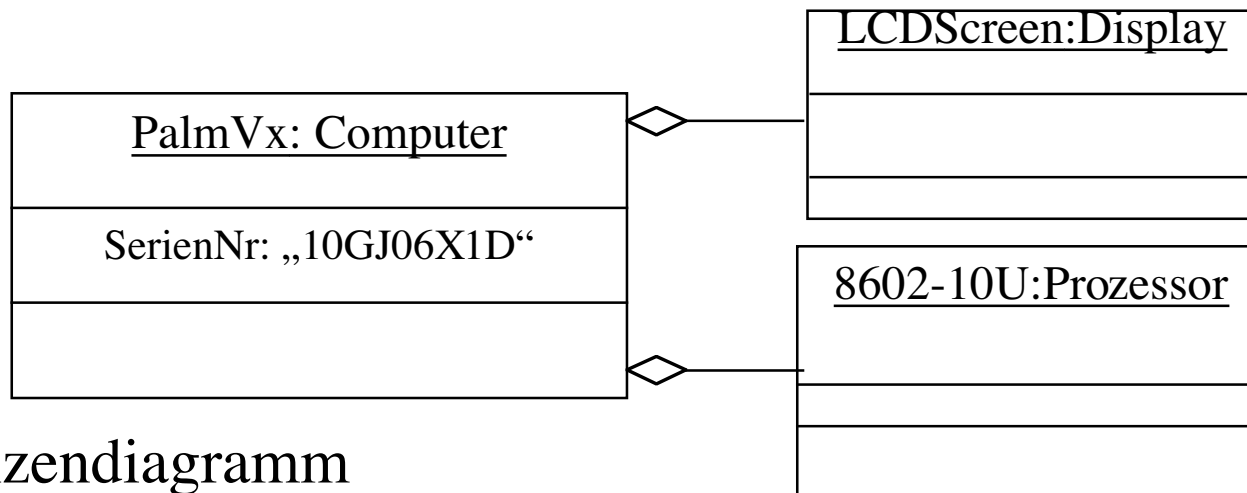


Objektdiagramm



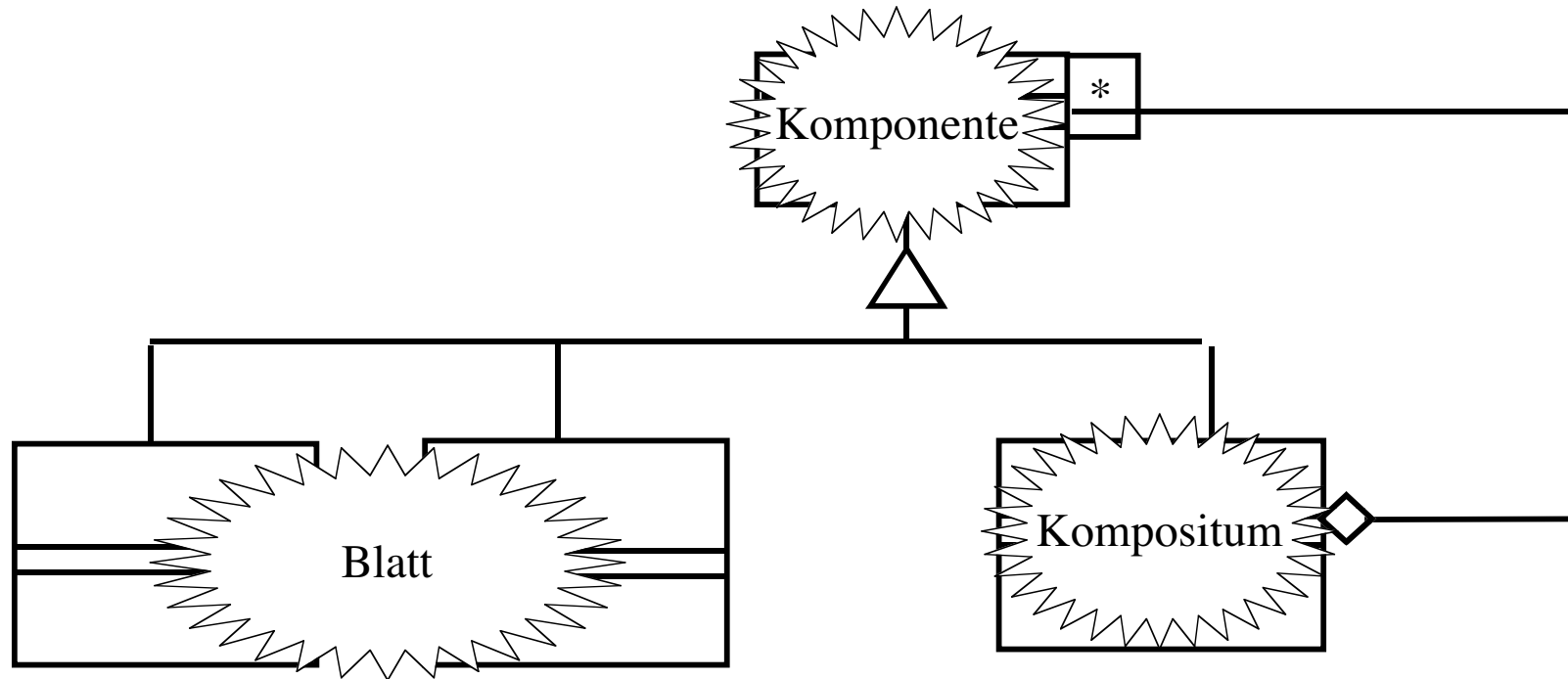


Klassendiagramm



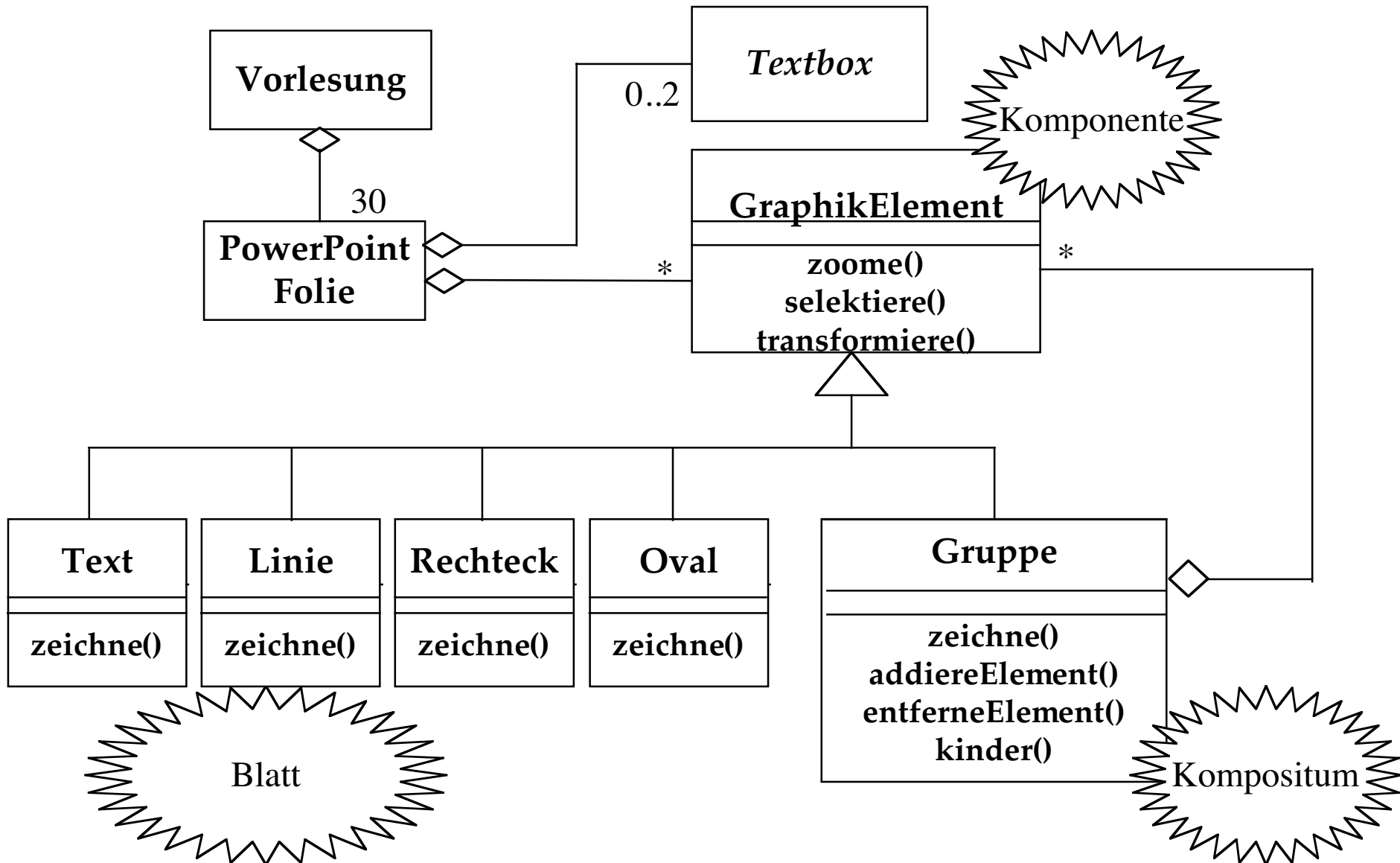
Instanzendigramm

Kompositionsmuster 10/30/00



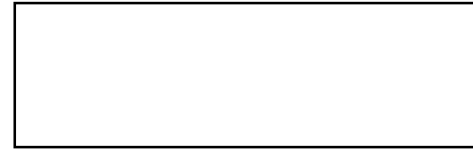
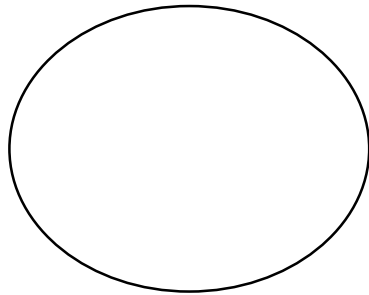
Gamma et. al: Composite Pattern,
Kompositum

Modellierung der Info I Vorlesung

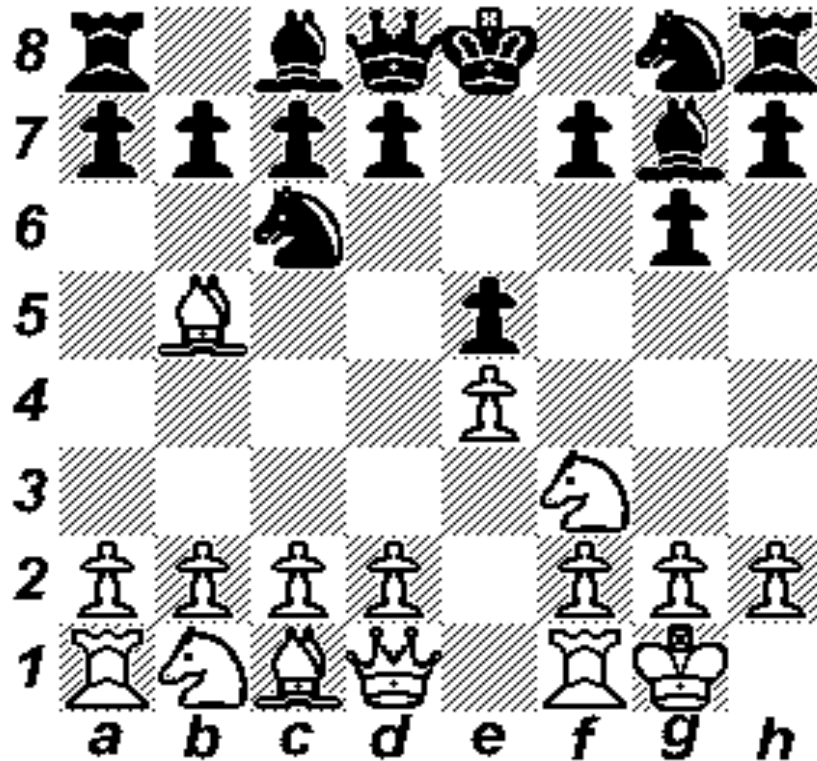


Dies ist ein Beispiel

❖ Eine äusserst interessante Folie



Muster im Schach



- ❖ Spanische Eröffnung
- ❖ Schwarz: Läufer Fianchetto
- ❖ Weiss: Kurze Rochade

Nützlichkeit von Entwurfsmustern

- ❖ Entwurfsmuster sind wiederverwendbares Wissen bei der Entwicklung von Informatik-Systemen, vor allem bei der Analyse und beim Systementwurf.
- ❖ Entwurfsmuster lassen sich zu einem Gesamtentwurf kombinieren, der dann als Grundlage für ein Informatik-System dienen kann.
- ❖ Wir werden noch weitere Entwurfsmuster kennenlernen:
 - Stellvertreter-Muster (Proxy Pattern): Beispiel Web Browser
 - Beobachter-Muster (Observer Pattern): Applets
 - Adapter-Muster (auch „Wrapper“ genannt): Zum Aufruf von alten, nicht mehr änderbaren Schnittstellen

Formalisierung von Schnittstellen: Algebra und Rechenstruktur

- ❖ Wir wollen jetzt Schnittstellen formalisieren:
- ❖ Eine **Algebra** ist eine Familie von Mengen und eine Menge von Abbildungen zwischen diesen Mengen.
 - Bei Broy heißen diese Mengen auch **Trägermengen**, und Bezeichner für diese Trägermengen heißen **Sorten**.
 - Beispiel für Trägermengen: {Wahr, Falsch}, {0,1,2,....}
 - Beispiel für Sorten: **bool, nat**
- ❖ Bei den Informatikern heißt die Algebra auch **Rechenstruktur**.
 - Wir werden beide Begriffe verwenden.

Operationen, Dienste und Programmierschnittstellen

- ❖ **Definition Schnittstelle:** Die Menge von Operationen, die eine Klasse oder ein Subsystem zur Verfügung stellt, bezeichnen wir als Schnittstelle der Klasse oder des Subsystems.
- ❖ Diese Operationen arbeiten im Allgemeinen mit Argumenten und ergeben Resultate.
 - Beim Systementwurf brauchen wir die Sorten der Argumente und Resultate noch nicht anzugeben. Die Operationsnamen genügen in dieser Phase. Wir nennen eine solche Schnittstelle einen **Dienst**.
 - Beim Detaillierten Entwurf geben wir die Sorten der Argumente und Resultate an. Wir nennen die Schnittstelle dann **Programmierschnittstelle** (API).

Definition von Algebren: Vorgehensweise

- ❖ Eine Menge von Operationen kann man durch eine Signatur Σ bezeichnen. Wir brauchen also erst einmal die Definition einer **Signatur**.
 - ◆ Beispiel einer Signatur: $\Sigma = \{\text{ErzeugeVerzeichnis, FügeEin, Sortiere, Suche}\}$
 - Ausdrücke über Signaturen heißen Terme und Formeln. Wir werden also auch **Terme** definieren.
 - ◆ $a+b*5$
 - ◆ $\text{Sortiere}(\text{FügeEin}(\text{StudentA}, (\text{FügeEin}(\text{StudentB}, \text{ErzeugeVerzeichnis}()))))$
 - Für die Terme und Formeln gibt es Gesetze. Wir werden auch **Gesetze** definieren.
 - ◆ Beispiel von Gesetzen: $a + (b+c) = (a+b) + c$ (Assoziativgesetz)
- ❖ Die Kombination einer Signatur, der Menge aller Terme und der darüber geltenden Gesetze heißt **Algebra**.
- ❖ Fangen wir jetzt mit der Definition einer Signatur an.

Definitionen

- ❖ Sei M eine Menge und $n \in \mathbb{N}$.
- ❖ Unter einer n -stelligen Operation von M auf M verstehen wir eine Abbildung $f: M^n \rightarrow M$.
 - M^n ist das kartesische Produkt $M_1 \times \dots \times M_n$
 - Die m_i von $f(m_1, m_2, \dots, m_n)$ heißen die Argumente der Operation f

Noch eine Definition: $\Sigma^{(n)}$

- ❖ Gegeben sei eine Menge von Operationen auf einer Menge M . Dann sagen wir $\Sigma^{(n)}$ besteht aus allen Operationen f der Stelligkeit n . Z.B:
 - $\Sigma^{(1)}$: Besteht aus allen einstelligigen (unären) Operationen:
 - ◆ das Komplement einer Menge
 - $\Sigma^{(2)}$: Besteht aus allen zweistelligen (binären) Operationen:
 - ◆ die Addition $+$ zwischen zwei Zahlen: $a+b$
 - ◆ Einfügen von Studenten ins Verzeichnis: *fügeEin(Student, Verzeichnis)*
 - $\Sigma^{(0)}$: Besteht aus allen nullstelligen Operationen, d.h. Operationen ohne Argumente. Sie liefern immer dasselbe Resultat. Man nennt sie auch **Konstante**.
 - ◆ 5, 7 oder „Viola Berger“
 - ◆ das Erzeugen eines Verzeichnisses: *erzeugeVerzeichnis*

Schreibweisen für Binäre Operationen

- ❖ Für Operationen gibt es verschiedene Schreibweisen für die Verknüpfung.
 - die Addition + zwischen zwei Zahlen: $a+b$
 - Einfügen von Studenten ins Verzeichnis: *fügeEin(Student, Studentenverzeichnis)*
- ❖ Seien $a, b \in M$ und op eine binäre Operation. Dann benutzen wir folgende Schreibweisen:
 - Infixform: $a \text{ op } b$ Beispiel: $a+b$
 - Prefixform: $op \ a \ b$ Beispiel: $+ab$
 - Postfixform: $a \ b \ op$ Beispiel: $ab+$
 - Funktionsform: $op(a,b)$ Beispiel: $add(a,b)$
- ❖ In der Informatik verwenden wir oft die Funktionsform

Definition Signatur (Goos)

- ❖ Gegeben sei eine Menge M (die wir auch als Trägermenge bezeichnen).
- ❖ **Definition:**
 - Eine Menge $\Sigma = \Sigma^{(0)} \cup \Sigma^{(1)} \cup \dots \cup \Sigma^{(n)}$ von Operationen $f: M^i \rightarrow M, i = 0..n$, heißt eine **Signatur**.

Alternative Definition einer Signatur (Broy)

- ❖ **Definition Sorte:** Eine **Sorte** ist der Name einer Trägermenge
 - Beispiele:
 - ♦ **bool** ist der Name einer Menge $\{False, True\}$
 - ♦ **nat** ist der Name einer Menge $\{0, 1, 2, \dots\}$
- ❖ **Definition Signatur:** Eine Signatur Σ ist ein Paar (S, F) von Mengen S und F , wobei S eine Menge von Sorten und F eine Menge von Funktionssymbolen ist:
 - Für jedes Funktionssymbol $f \in F$ ist eine Abbildung definiert, sodass
 - $f: (s_1 \times s_2 \times \dots \times s_n) \rightarrow s_{n+1}$
- ❖ f heißt auch die Funktionalität und wird auch geschrieben als
 - **fct** $f = (s_1, s_2, \dots, s_n) s_{n+1}$
 - Funktionalität der Addition ist **fct** $add = (\mathbf{nat}, \mathbf{nat}) \mathbf{nat}$

Elementare Operanden

- ❖ Ist eine Signatur definiert, dann können wir darüber Ausdrücke formulieren, z.B. $5x+b$, oder $(M \cup N) \cap P$ oder *fügeEin(„Viola Berger“,ErzeugeVerzeichnis())*. Solche Ausdrücke enthalten elementare, nicht weiter zerlegbare Operanden.
- ❖ **Definition Menge der Elementaroperanden:** Die Menge X von Symbolen,
 - die nicht weiter zerlegbare Operanden in n -stelligen Operationen darstellen.
 - und die Menge aller Konstanten $\Sigma^{(0)}$.
- ❖ Beispiel: Der Ausdruck $5x + b$ enthält drei elementare Operanden 5 , b und x
 - b und x müssen in X definiert sein
 - 5 ist eine Konstante aus $\Sigma^{(0)}$

Termalgebra

- ❖ Für eine gegebene Signatur existiert immer eine spezielle Algebra, die Termalgebra, die sich aus der Menge der Terme, d.h. der Menge der über der Signatur formulierbaren Terme zusammensetzt.

Term

- ❖ **Definition:** Zu einer Signatur \acute{I} und einer Menge X von Elementaroperanden definieren wir die Menge T aller syntaktisch korrekten **Terme** wie folgt:
 - ein elementarer Operand $a \in X$ ist ein Term
 - die Anwendung einer Operation $f(a, b, \dots)$ mit $f \in \sum$ ist ein Term, wenn jeder Operand a, b, \dots ein Term ist.
- ❖ **Beispiel:** Sei $X = \{b, x\}$ und $\sum = \{5, +\}$.
 - Dann ist die Zeichenkette $5 + b$ ein Term, denn sie besteht aus
 - ◆ zwei elementaren Operanden 5 und b
 - b ist in X definiert
 - 5 ist eine Konstante aus $\sum^{(0)}$
 - ◆ und der Anwendung der zweistelligen Operation $+ \in \sum^{(2)}$ auf die zwei Terme 5 und b .

Definition Abstrakte Algebra

- ❖ Gegeben sei eine Signatur Σ , eine Menge von Elementaroperanden X und eine Menge von Gesetzen Q für die Anwendung von Operationen aus Σ .
- ❖ Dann heißt $A = (\Sigma, Q)$ eine abstrakte Algebra.
- ❖ Wichtig
 - Durch die Definition der Signatur und der Menge der Elementaroperanden X ist die Menge T aller syntaktisch korrekten Terme für X und Σ definiert.
- ❖ Jede abstrakte Algebra A besitzt also eine Menge T von syntaktisch korrekten Termen.
 - Ein syntaktisch korrekter Term kann als eine Folge von Operationen auf anderen Termen verstanden werden.

Beispiel für eine Algebra: Keller

- ❖ Problembeschreibung:
- ❖ Ein **Keller** (auch Stapel genannt) ist ein wichtiger Baustein in der Konstruktion von Informatik-Systemen. Folgende Operationen sind auf einem Keller definiert:
 - Ein Keller kann leer sein. Er ist z.B. leer, wenn er erzeugt wird. Die Erzeugungsoption nennen wir *createStack*
 - Ein Keller kann Elemente aufnehmen. Die Operation zum Aufnehmen eines Elementes nennen wir *push*.
 - Aus einem Keller kann man das zuletzt aufgenommene Element wiederherausnehmen. Die Operation zum Herausnehmen nennen wir *pop*.
 - Wir können einen Keller fragen, ob er leer ist. Die Operation nennen wir *empty*.

Signatur eines Kellers

- ❖ Sei T die Menge der möglichen Elemente eines Kellers. Die Signatur Σ des Kellers lautet:

createStack: $\rightarrow \text{Keller}(T)$

push: $\text{Keller}(T) \times T \rightarrow \text{Keller}(T)$

pop: $\text{Keller}(T) \rightarrow \text{Keller}(T)$

top: $\text{Keller}(T) \rightarrow T$

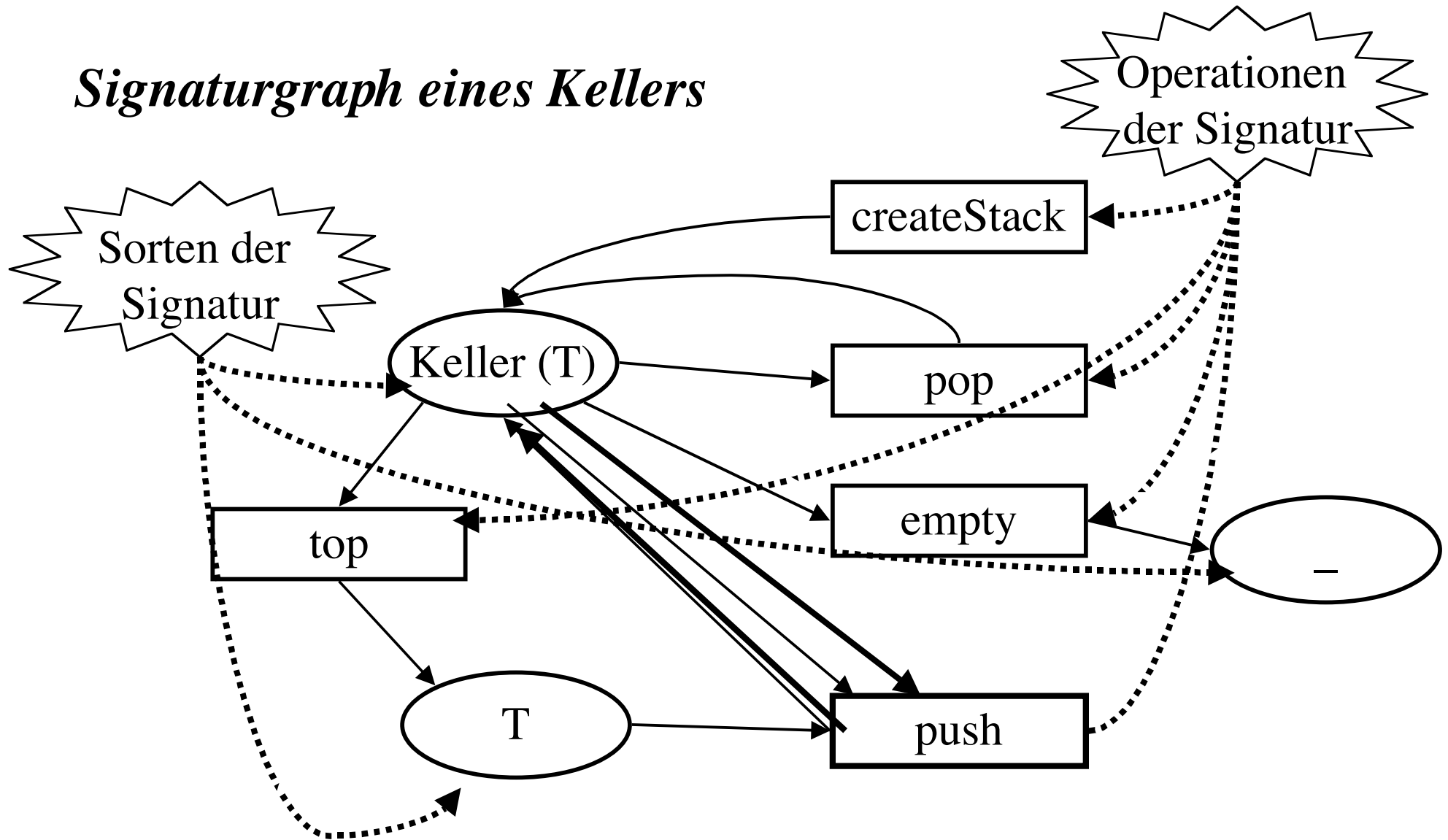
empty: $\text{Keller}(T) \rightarrow \mathbb{B}$

Über die Trägermenge von T ist noch nichts gesagt. Ein derartig definierter Keller kann also alles Mögliche aufnehmen.

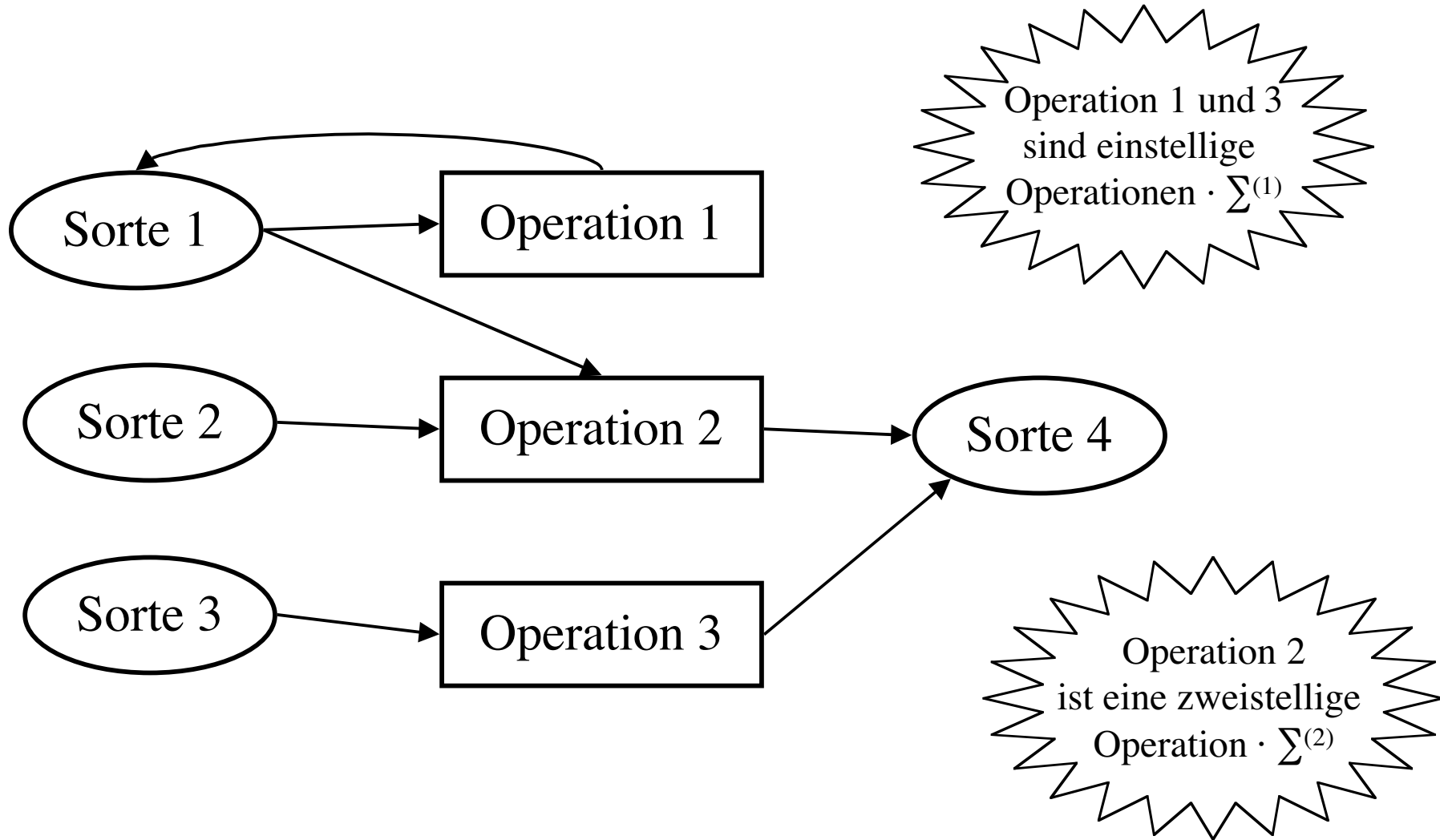
Signaturgraph

- ❖ Signaturen lassen sich graphisch übersichtlich durch Signaturgraphen (auch Signaturdiagramme genannt) darstellen.
- ❖ Ein Signaturgraph enthält zwei Arten von Knoten
 - Runde Knoten für die Sorten der Signatur
 - Eckige Knoten für die Operationen
- ❖ Eine Kante im Signaturgraphen führt
 - Von Sorte zu Operation, wenn die Sorte ein Argument der Operation ist
 - Von Operation zu Sorte, wenn die Sorte Ergebnistyp der Operation ist
- ❖ Solch einen Graphen bezeichnet man als **bipartit** (zweigeteilt)

Signaturgraph eines Kellers



Allgemeines Schema für Signaturgraphen



Keller der natürlichen Zahlen

- ❖ Sei \mathbb{N} die Menge der natürlichen Zahlen und \mathbb{B} die Menge der Wahrheitswerte $\{\text{Wahr}, \text{Falsch}\}$. Dann sind \mathbb{N} und \mathbb{B} die Trägermengen einer abstrakten Algebra $\text{Keller}(\mathbb{N})$ mit der Signatur Σ :

$\text{createStack}: \rightarrow \text{Keller}(\mathbb{N})$

$\text{push}: \text{Keller}(\mathbb{N}) \times \mathbb{N} \rightarrow \text{Keller}(\mathbb{N})$

$\text{pop}: \text{Keller}(\mathbb{N}) \rightarrow \text{Keller}(\mathbb{N})$

$\text{top}: \text{Keller}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$

$\text{empty}: \text{Keller}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{B}$

- ❖ Ein derartig definierter $\text{Keller}(\mathbb{N})$ kann nur natürliche Zahlen aufnehmen.
- ❖ Kellerinhalt: Die Menge aller Terme für $\text{Keller}(\mathbb{N})$ enthält unter anderem:

createStack

$\text{push}(\text{createStack}, 2)$

$\text{push}(\text{push}(\text{createStack}, 2), 34)$

$\text{pop}(\text{push}(\text{push}(\text{createStack}, 2), 34))$

- ❖ *Was ist mit*

– $\text{push}(2)$?

– $\text{push}(\text{pop}(\text{createStack}()), 2)$

– $\text{top}(\text{createStack}())$?

Partielle Abbildungen in Algebren

- ❖ $top(createStack())$ können wir nicht berechnen.
 - Die Verknüpfung von top und $createStack$ ist undefiniert.
 - Man sagt, top ist keine totale Abbildung, sondern nur eine partielle Abbildung. Dasselbe gilt für den syntaktisch korrekten Term $pop(createStack())$.
 - In der Praxis sollte ein Informatik-System eine Fehlermeldung „Undefinierter Wert“ generieren, wenn eine Operation oder ein Term undefiniert ist.
- ❖ Zur Bezeichnung von „Undefinierter Wert“ verwenden wir in der Algebra das Zeichen \perp (liest man als „Unten“ / „Bottom“)
- ❖ Wir können nun definieren:
 - $top(createStack()) = \perp$ $pop(createStack()) = \perp$
- ❖ Durch die Verwendung von \perp werden top und pop totale Abbildungen.

Gesetze eines Kellers

- ❖ Sei t ein beliebiger Wert der Menge T , und k ein Element der abstrakten Algebra $Keller(T)$. Dann gelten folgende Gesetze:
 - K1: $empty(createStack()) = \text{Wahr}$
 - K2: $empty(push(k,t)) = \text{Falsch}$
 - K3: $pop(push(k,t)) = k$
 - K4: $top(push(k,t)) = t$

Normalformen einer Algebra

Der Kellerwert

$pop(push(push(createStack(), 2), 34))$

ist gleich dem Kellerwert

$push(createStack(), 2)$

Wir können dies durch Anwendung von K3 zeigen:

- K3: $pop(push(k,t)) = k$
- ❖ **Definition Normalform x eines Kellers y:** Ein Wert x, der sich durch minimale Anzahl von Operationen auszeichnet, und durch y durch Anwendung von Gesetzen entsteht.
- ❖ Kellernormalformen sind Werte
 - $createStack()$
 - $push(\dots(push(createStack()), n_1), \dots), n_k$

Definition Konkrete Algebra

- ❖ Gegeben sei eine abstrakte Algebra $\mathbf{A} = (\Sigma, Q)$.
- ❖ **Definition:** $A = (M, \Sigma, Q)$ heißt eine **konkrete Algebra**, wenn
 - eine Trägermenge M mit $X \subseteq M$ gegeben ist, und
 - es zu jeder Operation $f \cdot \Sigma^{(n)}$ in der Signatur eine konkrete Funktion $f_M : M^n \rightarrow M$ gibt, für welche die Gesetze von Q gelten.
- ❖ Beispiele für Trägermengen und Sorten:
 - Menge der natürlichen Zahlen $\{0,1,2,3,\dots\}$: Sorte **nat**
 - Menge der booleschen Werte $\{\text{Wahr, Falsch}\}$: Sorte **bool**
 - Alle Studenten, die Info I besuchen: Sorte **stud**
 - Die Zeichen im ASCII Code $\{a,\dots,z,A,\dots,!@#\$, \dots\}$: Sorte **char**
- ❖ Konkrete Algebren sind Komponenten im Sinne der Definition aus der Vorlesung.

Zusammenfassung

- ❖ Klasse: Attribute, Operationen
- ❖ Objekt als Instanz einer Klasse
- ❖ Definition Instanzendiagramm, Klassendiagramm
- ❖ Kanonische Beziehungen in der Modellierung: Aggregation, Vererbung
- ❖ Kompositionsmuster
- ❖ Schnittstelle, Signatur
- ❖ Syntaktisch Korrekte Terme
- ❖ Definition Abstrakte Algebra, Konkrete Algebra (Rechenstruktur)
- ❖ Signaturgraph
- ❖ Die Struktur Keller
- ❖ Partielle und Totale Abbildungen
- ❖ Normalformen